

Задание 1

Первую часть пути автомобиль ехал с постоянной скоростью 100 км/ч, а вторую - с постоянной скоростью 80 км/ч, причём вторая часть пути заняла на 1 ч больше. Всего автомобиль проехал 440 км. Какова его средняя скорость?

Максимум за задачу 10 баллов.

Возможное решение

Пусть первая часть пути заняла время t . Если бы и вторая часть пути заняла время t , то автомобиль проехал бы на 80 км меньше, то есть 360 км. Но с другой стороны, этот же путь был бы равен

$$(100 + 80)t = 360 \text{ км,}$$

Откуда $t=2$ ч. Значит, всего автомобиль ехал в течение 5 часов и его средняя скорость $v_{\text{ср}} = 440/5 = 88$ км/ч.

Критерии оценивания

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
10	Полное верное решение
3	Записано какое-либо уравнение, позволяющее в конечном итоге найти одно из неизвестных времён
3	Записанное уравнение решено
4	Получен правильный ответ
0	Решение отсутствует

Максимум за задачу 10 баллов.

Задание 2

Деревянный цилиндр плавает в цилиндрическом сосуде с водой, как показано на рис. 1, выступая на $a = 60$ мм над уровнем жидкости, который равен $h_1 = 300$ мм. На верхнюю поверхность цилиндра ставят алюминиевый кубик так, что цилиндр полностью погружается в воду (верхняя поверхность цилиндра совпадает с уровнем воды, рис. 2. При этом уровень воды в сосуде становится равным $h_2 = 312$ мм. Затем сосуд слегка толкнули, кубик съехал с поверхности цилиндра и утонул.

Найдите уровень воды h_3 , который установился после этого в сосуде.
 Плотность воды $\rho_0 = 1,0 \text{ г/см}^3$, плотность алюминия $\rho_1 = 2,7 \text{ г/см}^3$.

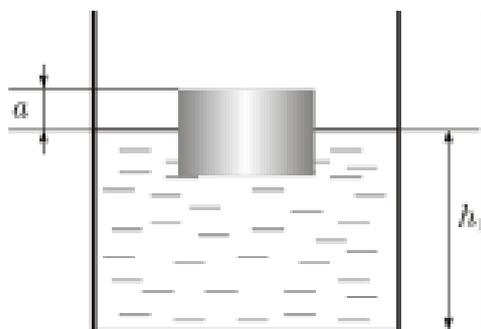


Рис. 1

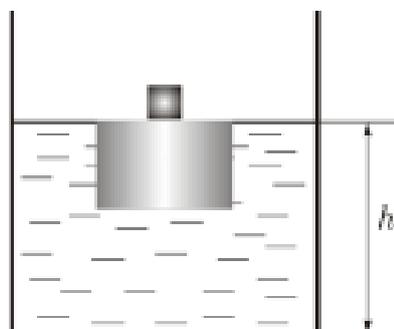


Рис. 2

Максимум за задачу 10 баллов.

Возможное решение

Пусть s - площадь поперечного сечения деревянного цилиндра. После того, как на цилиндр поставили кубик, объём погруженной в воду части увеличился на as , вследствие чего уровень воды поднялся на $h_2 - h_1$. Поскольку объём воды постоянен,

$$as = (h_2 - h_1)S,$$

где S - площадь сечения сосуда, откуда

$$\frac{S}{s} = \frac{a}{h_2 - h_1} = 5$$

Сила тяжести, действующая на кубик, равна изменению силы Архимеда, действующей на цилиндр

$$\rho_1 V g = \rho_0 g s a,$$

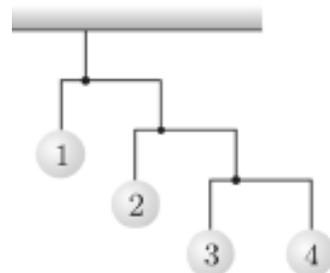
откуда объём кубика $V = \frac{\rho_0 s a}{\rho_1}$

В конечный момент цилиндр плавает, как и вначале, а кубик вытесняет объём воды, равный V . Таким образом, новый уровень воды в сосуде

$$h_3 = h_1 + \frac{V}{S} = h_1 + \frac{\rho_0 s a}{\rho_1 S} = h_1 + \frac{\rho_0}{\rho_1} (h_2 - h_1) = 304,4 \text{ мм}.$$

Критерии оценивания

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
10	Полное верное решение
2	Записана связь изменения уровня ($h_2 - h_1$) с размерами цилиндра



2	Найдено отношение $\frac{S}{s}$
2	Записано равенство силы тяжести кубика и изменения силы Архимеда $\rho_1 V g = \rho_0 g s a$
2	Найден объём кубика $V = \frac{\rho_0 s a}{\rho_1}$
2	Получен правильный ответ – 304 мм
0	Решение отсутствует

Максимум за задачу 10 баллов.

Задание 3

На рисунке изображена подвесная игрушка, состоящая из горизонтальных стержней и прикрепленных к ним на нитях шариков. Найдите массы шариков с номерами 2, 3 и 4, если масса шарика с номером 1 равна 96 г. Короткие плечи всех стержней составляют $1/4$ от длин соответствующих стержней. Стержни и нити считать невесомыми.

Максимум за задачу 10 баллов.

Возможное решение

На нижний стержень действуют три силы реакции нитей: на правый конец действует направленная вниз сила $m_4 g$, на левый конец - также направленная вниз сила $m_3 g$, и в точке подвеса - направленная вверх сила T_1 . Запишем для нижнего стержня уравнение моментов относительно точки подвеса:

$$\frac{3}{4}m_4g = \frac{1}{4}m_3g \text{ отсюда } 3m_4 = m_3.$$

Из неподвижности нижнего стержня следует, что $T_1 = 4m_4g$

Аналогичным образом, записав уравнение моментов для среднего стержня, и учитывая его неподвижность, получаем: $12m_4 = m_2$ и $T_2 = 16m_4g$, где T_2 - сила реакции со стороны средней нити, действующая на средний стержень.

Из уравнения моментов для верхнего стержня относительно точки подвеса следует: $m_1g = 3T_2 = 48m_4g$, отсюда $m_4 = \frac{m_1}{48} = 2$ г, поэтому $m_3 = 6$ г, а $m_2 = 24$ г.

Критерии оценивания

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
10	Полное верное решение
2	Правильное указание сил
2	Найдено соотношение $\frac{3}{4}m_4g = \frac{1}{4}m_3g$
2	Найдено соотношение $T_1 = 4m_4g$
2	Найдено соотношение $T_2 = 16m_4g$
2	Получен правильный ответ – $m_4 = 2$ г, $m_3 = 6$ г, а $m_2 = 24$ г.
0	Решение отсутствует

Максимум за задачу 10 баллов.

Задание 4

В открытый сверху сосуд, в котором находилась вода объёмом $V = 1$ л при температуре $t_1 = 20^\circ\text{C}$, бросили кусок железа массой $m = 100$ г, температура которого была равна $t_0 = 500^\circ\text{C}$. Часть воды очень быстро испарилась. Через некоторое время температура воды стала равной $t_2 = 24^\circ\text{C}$. Сколько граммов воды испарилось? Удельная теплоёмкость воды $c_1 = 4200$ Дж/(кг·°C), её удельная теплота парообразования при температуре кипения $L = 2,3$ МДж/кг, а плотность - $\rho = 1000$ кг/м³. Удельная теплоёмкость железа $c_2 = 460$ Дж/(кг·°C). Сосуд хорошо изолирован от окружающей среды, его теплоёмкостью можно пренебречь, вода из сосуда не выплёскивается.

Максимум за задачу 10 баллов.

Возможное решение

Железо при остывании отдаёт количество теплоты:

$$Q_1 = c_2 m(t_0 - t_2).$$

Это количество теплоты частично идёт на испарение воды искомой массой m_0 (но предварительно эту порцию воды нужно нагреть до $100\text{ }^\circ\text{C}$):

$$Q_2 = m_0 \{c_1(t - t_1) + L\},$$

где $t = 100\text{ }^\circ\text{C}$ – температура кипения воды. Остальное количество теплоты расходуется на нагрев оставшейся в сосуде воды до температуры $t_2 = 24\text{ }^\circ\text{C}$:

$$Q_3 = c_1 (\rho V - m_0)(t_2 - t_1).$$

Запишем уравнение теплового баланса:

$$Q_1 = Q_2 + Q_3.$$

Отсюда получаем:

$$m_0 = \frac{c_2 m(t_0 - t_2) - c_1 \rho V(t_2 - t_1)}{c_1(t - t_2) + L} = 2\text{ г},$$

Критерии оценивания

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
10	Полное верное решение
1	Соотношение $Q_1 = c_2 m(t_0 - t_2)$
3	Соотношение $Q_2 = m_0 \{c_1(t - t_1) + L\}$
2	Соотношение $Q_3 = c_1 (\rho V - m_0)(t_2 - t_1)$
2	Соотношение $Q_1 = Q_2 + Q_3$
2	Получен правильный ответ – $m_0 = \frac{c_2 m(t_0 - t_2) - c_1 \rho V(t_2 - t_1)}{c_1(t - t_2) + L} = 2\text{ г}$
0	Решение отсутствует

Максимум за задачу 10 баллов.